

Exercice 1 (Python)

On considère la suite u donnée par :

$$u_0 = 0 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}.$$

On rappelle que la fonction racine carrée peut être importée en Python à l'aide de l'instruction :

```
from math import sqrt
```

Écrire en Python une fonction `suite(n)` d'argument un entier n et renvoyant la liste des $n + 1$ premiers termes de la suite u .

Exercice 2

1. Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, on a :

$$\frac{1}{2\sqrt{n+1}} \leq \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}.$$

2. Montrer que les suites u et v définies ci-dessous, pour $n \geq 1$, sont adjacentes :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n+1} \quad \text{et} \quad v_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n}.$$

Exercice 3

Une urne contient 5 boules noires, 6 boules blanches et 2 boules rouges.

On tire simultanément 3 boules.

1. Quelle est la probabilité de tirer trois boules de couleurs différentes?
2. Sachant que l'une des boules tirées est noire, quelle est la probabilité que les deux autres soit rouges?