

Exercice 1 (Python)

Pour tout entier $n \geq 1$, on pose :

$$u_n = \frac{1}{\ln(n)} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}.$$

On a vu en exercice que la suite u converge vers 1.

Écrire une fonction `somme_ln(n)` prenant en argument un entier n (supposé au moins égal à 2) et qui renvoie la liste formée par les n premiers termes de la suite u .

Par exemple, on doit obtenir :

```
>>> somme_ln(10)
[1, 2.1640425613334453, 1.6687719154825351, 1.5028073342593367,
 1.418714767244447, 1.3673710350505557, 1.3324649877158534, 1.307013007281549,
 1.2875189378219687, 1.2720347503682148]
```

On rappelle que la fonction $\ln$ peut s'obtenir à l'aide de l'instruction :

```
from math import log
```

Exercice 2

Étudier l'éventuelle limite en $+\infty$ des suites données par :

1. $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

2. $v_n = \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2$

3. $w_n = \sum_{k=1}^n \frac{n^2 + 1}{n^3 + k}$

4. $z_n = \frac{\left\lfloor \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \right\rfloor}{\left\lfloor \left(n - \frac{1}{2}\right)^2 \right\rfloor}$

Exercice 3

Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$ un espace probabilisé fini, et A et B deux événements. Montrer que :

$$\mathbb{P}(A \cup B) + \mathbb{P}(A \cup \bar{B}) + \mathbb{P}(\bar{A} \cup B) + \mathbb{P}(\bar{A} \cup \bar{B}) = 3.$$