

Exercice 1 (Python)

1. Définir une fonction python $\text{expo}(a, d, x)$ qui corresponde à la fonction :

$$f_{a,d} : x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x < d \\ e^{-a(x-d)} & \text{si } x \geq d \end{cases}.$$

2. Représenter sur un même graphique et pour $x \in [-5, 10]$ et $a = 2$, les trois fonctions correspondant à $d = 1$, $d = 2$ et $d = 3$.
3. Définir une fonction python $g(a, N, x)$ qui corresponde à la fonction :

$$g_{a,N} : x \mapsto \sum_{d=0}^{N-1} f_{a,d}(x).$$

4. Représenter, pour $x \in [-3, 100]$ et $a = \frac{\ln(2)}{7}$, la fonction $g_{a,100}$.

Exercice 2

On considère une variable aléatoire X à valeurs dans $[[0, 4]]$. On suppose que :

$$\mathbb{P}(X < 3) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(X > 3) = \frac{1}{3}$$

et que les événements $(X = 0)$, $(X = 1)$ et $(X = 2)$ sont équiprobables.

Déterminer la loi de X puis son espérance et sa variance.

Exercice 3

On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer $A + 2B$, $3A - B$ et ${}^t A + B$.
2. Indiquer les produits que l'on peut considérer entre les matrices A , B , C et D et calculer la matrice produit le cas échéant.