Exercice 1

Les instructions suivantes définissent une fonction sans argument `de()` qui simule le lancer d'un dé usuel à 6 faces bien équilibré.

```
import numpy.random as rd

def de():
    return rd.randint(1, 7)
```

Par exemple :

```
>>> de()
6
>>> de()
5
>>> de()
2
```

Écrire une fonction `succession(n)` d'argument un entier naturel non nul `n`, qui simule `n` lancers d'un dé usuel, et qui renvoie la liste des tirages ainsi que le nombre de 6 obtenus. Par exemple :

```
>>> succession(10)
([2, 2, 1, 4, 3, 5, 1, 5, 5, 6], 1)
>>> succession(10)
([4, 6, 6, 6, 3, 1, 5, 6, 5, 6], 5)
>>> succession(10)
([4, 4, 2, 5, 2, 2, 2, 5, 5, 5], 0)
```

Exercice 2

On considère l'ensemble suivant :

$$\mathrm{E} = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \; ; \; x - y - z + t = 0 \text{ et } x + y + 2z - t = 0\right\}.$$

Montrer qu'il s'agit d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$ et en déterminer une famille génératrice.

Exercice 3

Pour toute matrice carrée $\mathrm{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$, on appelle *trace* de A et l'on note $\mathrm{tr}(\mathrm{A})$ la somme des coefficients diagonaux de A, c'est-à-dire :

$$\mathrm{tr}(\mathrm{A}) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{A}[i, i].$$

1. Montrer que pour tout réel λ et toutes matrices A et B dans $\mathscr{M}_n(\mathbb{R})$, on a les relations :

$$\mathrm{tr}(\lambda \mathrm{A}) = \lambda\, \mathrm{tr}(\mathrm{A}) \quad \text{et} \quad \mathrm{tr}(\mathrm{A} + \mathrm{B}) = \mathrm{tr}(\mathrm{A}) + \mathrm{tr}(\mathrm{B}).$$

2. Montrer que pour toutes matrices A et B dans $\mathscr{M}_n(\mathbb{R})$, on a la relation :

$$\mathrm{tr}(\mathrm{AB}) = \mathrm{tr}(\mathrm{BA}).$$