

CHAPITRE 1

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

```
''' Dans les premiers exemples, on précise la signature des fonctions  
mais ce n'est pas indispensable. '''
```

```
## page 1
```

```
def f(x: float) -> float:  
    """ entrée : flottant x  
        sortie : valeur de  $x**2+x-1$   
    """  
    return  $x**2 + x - 1$ 
```

```
from math import exp
```

```
def g(x: float) -> float:  
    """ entrée : flottant x  
        sortie : valeur de  $\exp(x+1)$   
    """  
    return  $\exp(x+1)$ 
```

```
## page 2
```

```
def dernier(ch: str) -> str:  
    """ entrée : chaîne de caractères non vide  
        sortie : dernier caractère  
    """  
    return  $ch[-1]$  # ou  $ch[\text{len}(ch)-1]$ 
```

```
def f(a: float, b: float, x: float) -> float:  
    """ entrée : a, b, x flottants  
        précondition :  $a < b$   
        sortie : valeur de la fonction de l'énoncé en x  
    """  
    if  $x \geq b$ :  
        return 1  
    elif  $x \leq a$ :  
        return 0  
    else:  
        return  $(x-a)/(b-a)$ 
```

```
## page 3
```

```
def impairs(n: int) -> int:  
    """ entrée : entier naturel n  
        sortie : somme des n premiers nombres impairs  
    """  
    s = 0  
    for k in range(n):  
        s = s +  $2*k+1$   
    return s
```

```
## page 4
''' Dans l'exemple suivant "plus grande puissance de 2" est interprété
    comme étant l'exposant de ladite puissance (i.e. 4 pour 2**4=16). '''

def puissance(n: int) -> int:
    """ entrée : entier naturel n
        sortie : plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à n
    """
    p = 0
    while 2**p <= n:
        p = p + 1
    return p-1

def puissance_bis(n: int) -> int:
    """ entrée : entier naturel n
        sortie : plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à n
    """
    p = 0
    puiss = 1
    while puiss <= n:
        p = p + 1
        puiss = puiss * 2
    return p-1

## Exercice 1

def long(n: int) -> int:
    """ entrée : entier naturel n
        sortie : nombre de chiffres dans l'écriture en base 2 de n
    """
    return len(bin(n)[2:])

def f(n):
    if n == 1:
        return 0
    if n > 1:
        if n%2 == 0:
            return 2*f(n//2) + 1
        if n%2 == 1:
            return 2*f(n//2)

def iter(n):
    k = 0
    while n != 0:
        n = f(n)
        k += 1
    return k

def maxi():
    m = 0
    n_max = 1
    for n in range(1, 101):
        new = iter(n)
        if new > m:
            m = new
            n_max = n
    return m, n_max
```

```
## sur les listes

def appartient(a, L):
    ind = 0
    while ind < len(L):
        if L[ind] == a:
            return True
        ind += 1
    return False

def appartientbis(L, a):
    ind = 0
    while ind < len(L) and L[ind] <= a:
        if L[ind] == a:
            return True
        ind += 1
    return False

def tous(L):
    for x in L:
        if x < 0:
            return False
    return True

def aumoins(L):
    for x in L:
        if x >= 0:
            return True
    return False

def seuil(L, x):
    lis = []
    for y in L:
        if y >= x:
            lis.append(y)
    return lis

def extremes(L):
    m, M = L[0], L[0]
    ind = 1
    while ind < len(L):
        if L[ind] > M:
            M = L[ind]
        if L[ind] < m:
            m = L[ind]
        ind += 1
    return (m, M)

def indmax(L):
    i, M = 0, L[0]
    ind = 1
    while ind < len(L):
        if L[ind] >= M:
            M = L[ind]
            i = ind
        ind += 1
    return i

def nombre(lis, x, n):
    c = 0
    for element in lis:
        if element == x:
            c += 1
    return c == n
```

```
def deuxieme(lis):
    a = lis[0]
    b = lis[1]
    if a > b:
        a, b = b, a
    for k in range(2, len(lis)):
        c = lis[k]
        if c > b:
            a, b = b, c
        elif c > a:
            a = c
    return(a)

def distmin(lis):
    n = len(lis)
    d = abs(lis[1]-lis[0])
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            e = abs(lis[i] - lis[j])
            if 0 < e < d:
                d = e
    return d

# un jeu de tests pour cette dernière fonction:
assert distmin([2, 5, 6, 0, 11]) == 1
assert distmin([2, 5, 6, 0, 6, 11]) == 1
assert distmin([2, 6, 5, 0, 11]) == 1

## Sur les piles
# implémentation avec des listes

def creerPile():
    return []

def estVide(p):
    return p == []

def empiler(p, x):
    p.append(x)

def depiler(p):
    if estVide(p):
        return "pile vide"
    else:
        return p.pop()

def sommet(p):
    """ entrée : p pile
        sortie : sommet de p """
    if not estVide(p):
        a = depiler(p)
        empiler(p, a)
    return a

def echange(p):
    """ entrée : p pile
        sortie : échange des deux éléments au sommet de p;
                ne fait rien si p a au plus un élément """
    if not estVide(p):
        a = depiler(p)
        if not estVide(p):
            b = depiler(p)
            empiler(p, a)
            empiler(p, b)
        else:
            empiler(p, a)
```

```
def taille(p):
    """ entrée : p pile
        sortie : taille de p (entier), sans détruire p """
    n = 0
    q = creerPile()
    while not estVide(p):
        empiler(q, depiler(p))
        n += 1
    while not estVide(q):
        empiler(p, depiler(q))
    return n

## Sur les files

# implémentation avec deque

from collections import deque

def creerFile():
    return deque()

def estVide(f):
    return f == deque([])

def enfiler(f, x):
    return f.append(x)

def defiler(f):
    return f.popleft()

def consulter(f):
    """ entrée : file f
        précondition : f non vide
        sortie : renvoie la valeur de tête de f sans modifier f """
    g = creerFile()
    a = defiler(f)
    enfiler(g, a)
    while not estVide(f):
        enfiler(g, defiler(f))
    while not estVide(g):
        enfiler(f, defiler(g))
    return a

## Sur les dictionnaires

def compte(ch):
    d = {}
    for l in ch:
        if l in d:
            d[l] += 1
        else:
            d[l] = 1
    return d

def traduction(dico):
    dinv = {}
    for word in list(dico.items()):
        for mot in word[1]:
            if mot in dinv:
                dinv[mot].append(word[0])
            else:
                dinv[mot] = [word[0]]
    return dinv
```

```

## Exercice 2

def trois(ch):
    d = {}
    for x in ch:
        if x in d:
            d[x] += 1
        else:
            d[x] = 1
    L = []
    for x in d:
        if d[x] >= 3:
            L.append(x)
    return L

ex = "une démonstration véritablement merveilleuse que cette marge est trop étroite pour
contenir"
print(ex, trois(ex))

## Exemples sur les graphes

# Exemple 1

def sa(g):
    """ entrée : dictionnaire donnant la liste d'adjacence g d'un graphe non orienté
        sortie : couple nb de sommets, nb d'arêtes de g
    """
    s, a = 0, 0
    for t in g:
        s += 1
        a += len(g[t])
    return s, a//2

G1 = {'a' : ['b'], 'b' : ['a', 'c', 'd'], 'c' : ['b', 'd'], 'd' : ['b', 'c'], 'e' : ['f'], 'f'
      : ['e'], 'g' : []}
assert sa(G1) == (7, 5)

G2 = {'a': [('b', 8), ('c', 2), ('d', 1)], 'b': [('a', 8), ('c', 4), ('d', 6), ('e', 1)],
      'c': [('a', 2), ('b', 4), ('e', 2)], 'd': [('a', 1), ('b', 6)], 'e': [('b', 1), ('c', 2)
      ] }
assert sa(G2) == (5, 7)

# Exemple 2

def degs(g, s):
    """ entrée : dictionnaire donnant la liste d'adjacence g d'un graphe non orienté,
        somme s de g
        sortie : degré du sommet s de g
    """
    return len(g[s])

assert degs(G1, 'a') == 1
assert degs(G1, 'b') == 3
assert degs(G1, 'g') == 0

# Exemple 3

def ajar(g, l):
    """ entrée : dictionnaire donnant la liste d'adjacence g d'un graphe non orienté,
        liste de deux sommets [a, b] de g
        sortie : dictionnaire donnant la liste d'adjacence du graphe
        obtenu à partir de g en ajoutant une éventuelle arête entre a et b
    """
    a, b = l
    if b not in g[a]:
        g[a].append(b)
    g[b].append(a)

```

```

print(G1)
ajar(G1, ['c', 'e'])
print(G1)

# Exemple 4

def aretes(gr):
    """
    Renvoie la liste des arêtes du graphe gr (représenté par une liste d'adjacence).
    Chaque arête {u, v} est représentée par la liste [u, v] ou [v, u]
    """

    ar = []

    for s1 in gr:
        for s2 in gr[s1]:
            if [s1, s2] not in ar and [s2, s1] not in ar:
                ar.append([s1, s2])

    return ar

# Exemple 5

gr1 = {'a' : ['b', 'c'],
       'b' : ['a', 'd'],
       'c' : ['a', 'e'],
       'd' : ['b', 'e', 'f'],
       'e' : ['c', 'd', 'f', 'h'],
       'f' : ['d', 'e', 'g'],
       'g' : ['f'],
       'h' : ['e'],
       'i' : ['j', 'k'],
       'j' : ['i', 'k'],
       'k' : ['i', 'j']}

def degre_liste(gr, s):
    """
    Renvoie le degré de s dans le graphe gr, représenté par une liste d'adjacence.
    """
    return len(gr[s])

assert degre_liste(gr1, 'a') == 2
assert degre_liste(gr1, 'd') == 3

def listed(gr, d):
    """
    Renvoie la liste classée par ordre croissant lexicographique
    des sommets du graphe gr dont le degré est d.
    """

    return sorted([s for s in gr if degre_liste(gr, s) == d])

assert listed(gr1, 2) == ['a', 'b', 'c', 'i', 'j', 'k']
assert listed(gr1, 3) == ['d', 'f']

# Exemple 6

def graphe_complet(n):
    """
    Renvoie le dictionnaire correspondant au graphe complet ayant n
    sommets dont les sommets sont les entiers de 0 à n-1.
    """
    gr = {}
    for i in range(n):
        gr[i] = [k for k in range(n) if k != i]
    return gr

```

```
# Exemple 7

def biparti(gr, S):
    for s in gr:
        for v in gr[s]:
            if (s in S and v in S) or (s not in S and v not in S):
                return False
    return True

ex = {'A': ['B', 'C'],
      'B': ['A', 'D', 'E'],
      'C': ['A', 'E', 'J'],
      'D': ['B', 'F'],
      'E': ['B', 'C', 'F'],
      'F': ['D', 'E', 'G'],
      'G': ['F', 'H'],
      'H': ['G', 'I', 'J'],
      'I': ['H'],
      'J': ['C', 'H']}

## Exercice 3

def propstar(G, X):
    if X == []:
        return True
    for x in X:
        for y in G[x]:
            if y in X:
                return False
    return True

def propstarmax(G, X):
    if not propstar(G, X):
        return False
    for s in G:
        if s not in X:
            Y = [x for x in X]
            Y.append(s)
            if propstar(G, Y):
                return False
    return True
```