

Objectifs et savoir-faire► *Raisonnement*

- Rédiger un raisonnement par récurrence.
- Comprendre l'utilité des différentes versions du raisonnement par récurrence.
- Formaliser un raisonnement par l'absurde, par contraposition, par disjonction de cas.

► *Suites réelles*

- Exprimer en fonction de n une suite arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique ou donnée par une relation de récurrence linéaire d'ordre 2.
- Étudier des propriétés globales d'une suite (monotonie, caractère borné).

► *Polynômes*

- Maîtriser le vocabulaire lié aux polynômes (degré, racines, ordre de multiplicité d'une racine,...).
- Calculer avec des polynômes, notamment effectuer une division euclidienne.
- Maîtriser la notion de racine d'un polynôme et le lien entre avec les notions de divisibilité et de factorisation.
- Lier la notion de racine d'un polynôme avec celle de divisibilité et de factorisation.

► *Représenter une fonction*

- Représenter une fonction du type $x \mapsto f(kx)$, $x \mapsto f(x+k)$, etc. à partir d'une fonction connue.

► **Les exercices suivants sont à savoir refaire sans hésitation :**

1. Étudier la monotonie des suites u et v données par :

$$u_n = 1 + \frac{1}{n} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{n^n}{n!}.$$

2. Montrer que la suite x donnée par $u_0 = 1$ et :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n},$$

est bien définie et étudier sa monotonie.

3. Montrer qu'une suite périodique est bornée.
4. Montrer qu'une suite arithmétique est caractérisée par la propriété suivante : « chaque terme est la moyenne du terme qui le précède et de celui qui le suit. »
5. Énoncer et démontrer (en utilisant des manipulations du symbole $\sum$) la formule donnant la somme des termes d'une suite arithmétique puis d'une suite géométrique.
6. Soit $P \in \mathbb{R}[x]$. Calculer le degré et le coefficient dominant de $\Delta(x) = P(x+1) - P(x)$.
7. Soit $n \geq 1$, montrer que le polynôme donné par $P_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} x^k$ n'a pas de racine multiple.

► **Note aux colleurs :**

- attention, les nombres complexes **ne sont plus au programme** ;
- la formule de Taylor pour les polynômes a été vue mais n'a pas encore été exploitée hormis dans un résultat (caractérisation de l'ordre d'une racine avec les dérivées successives).