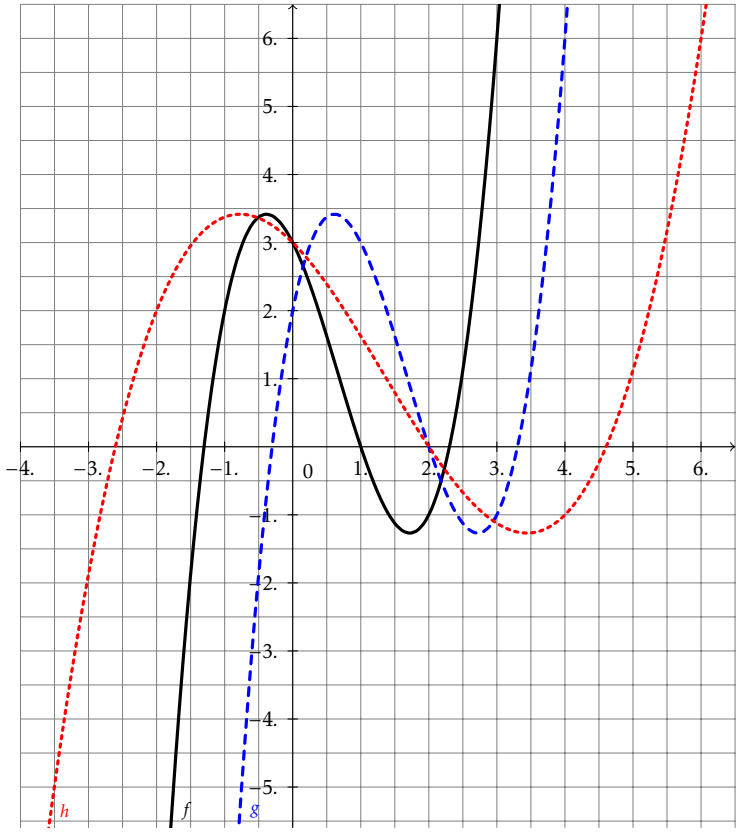
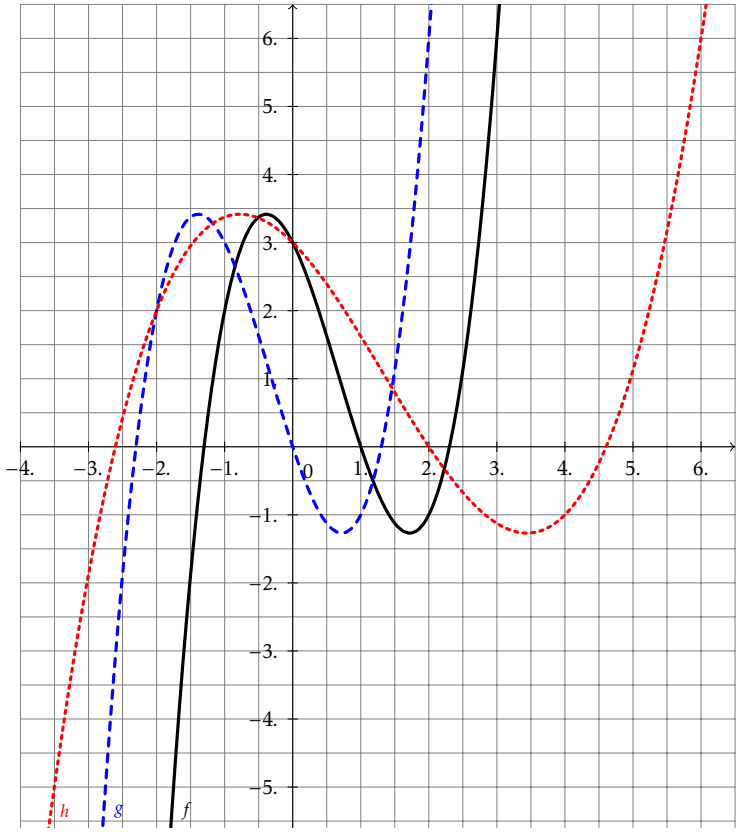
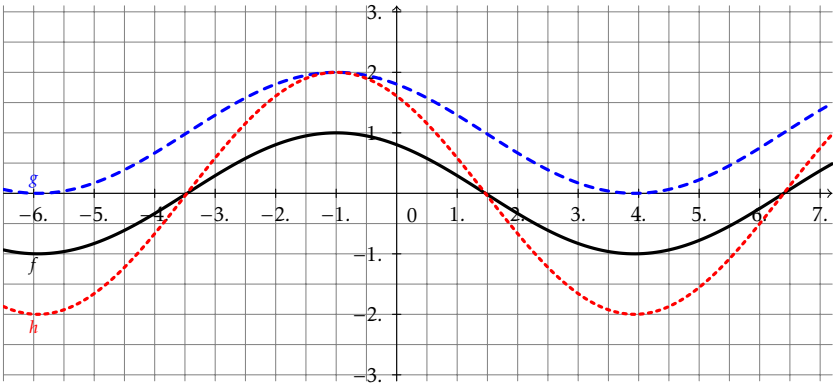
1 ► Soit f une fonction représentée ci-dessous. Représenter sur le même dessin les fonctions g et h données par : $g(x) = f(x-1)$ et $h(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$.



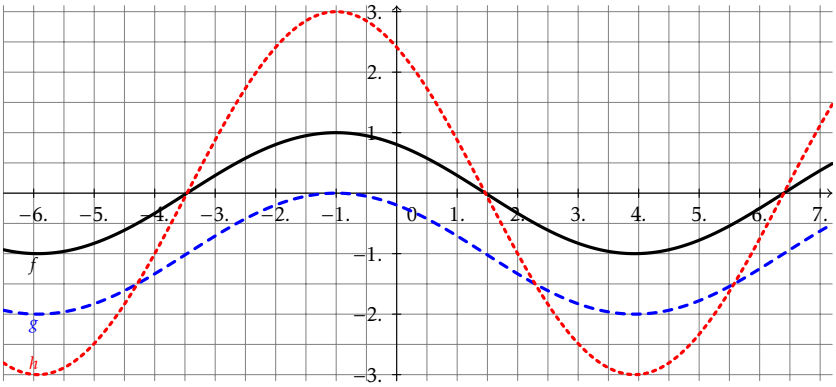
Même question avec $g(x) = f(x+1)$ et $h(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$.



2 ► Soit f une fonction représentée ci-dessous. Représenter sur le même dessin les fonctions g et h données par : $g(x) = f(x) + 1$ et $h(x) = 2f(x)$.



Même question avec $g(x) = f(x) - 1$ et $h(x) = 3f(x)$.



3 ► Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par $u_0 = 2$ et : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 2u_n - 3$. Exprimer u_n en fonction de n.

Soit $\ell \in \mathbb{R}$, on a : $\ell = 2\ell - 3 \iff \ell = 3$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_{n+1} - 3 = 2u_n - 3 - 3 = 2(u_n - 3)$$

donc $(u_n - 3)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 - 3 = -1$ donc :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n - 3 = (-1)2^n \ \textit{ i.e. } \boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 3 - 2^n.}$$

Même question avec : $u_0 = 5$ et : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 3u_n - 6$.

Soit $\ell \in \mathbb{R}$, on a : $\ell = 3\ell - 6 \iff \ell = 3$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_{n+1} - 3 = 3u_n - 6 - 3 = 3(u_n - 3)$$

donc $(u_n - 3)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 - 3 = 2$ donc :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n - 3 = 2 \times 3^n \ \textit{ i.e. } \boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 3 + 2.3^n.}$$

4 ► Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par $u_0 = 0$, $u_1 = -3$ et : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = -u_{n+1} + 2u_n$.
Exprimer u_n en fonction de n.

Soit $r \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} r^2 = -r + 2 &\iff r^2 + r - 2 = 0 \\ &\iff \left(r + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 2 = 0 \\ &\iff \left(r + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0 \\ &\iff \left(r + \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right)\left(r + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) = 0 \\ &\iff \left(r - 1\right)\left(r + 2\right) = 0. \end{aligned}$$

Il existe donc deux réels λ et μ tels que :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \lambda 1^n + \mu(-2)^n = \lambda + \mu(-2)^n.$$

De plus, on a :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = -3 \end{cases} \quad i.e. \quad \begin{cases} \lambda + \mu = 0 \\ \lambda - 2\mu = -3 \end{cases} \quad i.e. \quad \begin{cases} \lambda + \mu = 0 \\ -3\mu = -3 \end{cases}$$

ce qui équivaut à $\lambda = -1$ et $\mu = 1$.
On a donc :

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = -1 + (-2)^n.}$$

Même question avec : $u_0 = 2$, $u_1 = 1$ et : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = -3u_{n+1} - 2u_n$.

Soit $r \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} r^2 = -3r - 2 &\iff r^2 + 3r + 2 = 0 \\ &\iff \left(r + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 2 = 0 \\ &\iff \left(r + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0 \\ &\iff \left(r + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(r + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) = 0 \\ &\iff \left(r + 1\right)\left(r + 2\right) = 0. \end{aligned}$$

Il existe donc deux réels λ et μ tels que :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \lambda(-1)^n + \mu(-2)^n.$$

De plus, on a :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_1 = 1 \end{cases} \quad i.e. \quad \begin{cases} \lambda + \mu = 2 \\ -\lambda - 2\mu = 1 \end{cases} \quad i.e. \quad \begin{cases} \lambda + \mu = 2 \\ -\mu = 3 \end{cases}$$

ce qui équivaut à $\lambda = 5$ et $\mu = -3$.
On a donc :

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 5(-1)^n - 3(-2)^n.}$$